

九十二學年度技術校院二年制 統一入學測驗試題

准考證號碼：

(請考生自行填寫)

專業科目(一)

管理類(一)

微積分

【注意事項】

1. 請先核對考試科目與報考類別是否相符。
2. 本試題共 25 題，每題 4 分，共 100 分，請依題號順序作答。
3. 本試題均為單一選擇題，每題都有 (A)、(B)、(C)、(D) 四個選項，請選出一個最適當的答案，然後在答案卡上同一題號相對位置方格內，用 2B 鉛筆全部塗黑。答錯不倒扣。
4. 有關數值計算的題目，以最接近的答案為準。
5. 本試題紙空白處或背面，可做草稿使用。
6. 請在試題首頁准考證號碼之方格內，填上自己的准考證號碼，考完後將「答案卡」及「試題」一併繳回。

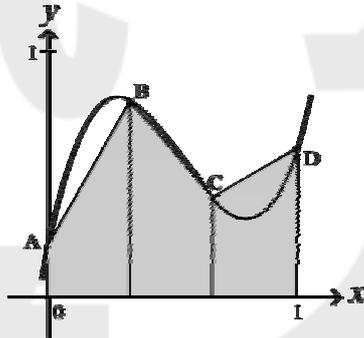
1. 若 $f(x) = \frac{x^2}{2}$ ， a 為一實數，則 $f(a^2 + 1) = ?$
 (A) $\frac{a^2}{2} + 1$ (B) $\frac{a^4 + 1}{2}$ (C) $\frac{(a^2 + 1)^2}{2}$ (D) $\left(\frac{a^2 + 1}{2}\right)^2$
2. 求 $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+2}{x^2+4} = ?$
 (A) $-\frac{1}{4}$ (B) 0 (C) $\frac{1}{8}$ (D) $\frac{1}{2}$
3. 若 $f(x) = \begin{cases} x+1, & x < 0 \\ -x^2+1, & 0 \leq x \leq 1 \\ \sin(\pi x), & x > 1 \end{cases}$ ，則 $f(x)$ 之不連續點有幾個？
 (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 無限大
4. 下列敘述何者正確？
 (A) 若 $f(x)$ 在 $x=c$ 連續，則 $f'(c)$ 存在
 (B) 若 $f'(c) = 0$ ，則 $f(c)$ 為相對極值 (relative extrema)
 (C) 若 $f''(c) = 0$ ，則點 $(c, f(c))$ 為曲線 $y = f(x)$ 之一反曲點 (inflection point)
 (D) 若 $a < x < b$ 時 $f''(x) > 0$ ，則曲線 $y = f(x)$ 在區間 (a, b) 內凹向上 (concave up)
5. 若 $f(x) = 4x\sqrt{3x+1}$ ，則 $f'(1) = ?$
 (A) 6 (B) 9 (C) 11 (D) 12
6. 曲線 $y^2 - xy - 3x = 1$ 在點 $(0, -1)$ 之切線斜率為何？
 (A) -2 (B) -1 (C) 1 (D) 2
7. 曲線 $y = 6 - x^3 + 3x^2$ 之切線斜率最大值為何？
 (A) 3 (B) 6 (C) 8 (D) 10
8. 設 $f(x) = \int_0^{2x} \sqrt{1+t^3} dt$ ，則 $f'(0) = ?$
 (A) 0 (B) 1 (C) $\sqrt{2}$ (D) 2
9. 求 $\int (2-3x)^5 dx = ?$
 (A) $-\frac{1}{2}(2-3x)^6 + C$ (B) $-\frac{1}{6}(2-3x)^6 + C$ (C) $-\frac{1}{18}(2-3x)^6 + C$ (D) $\frac{1}{18}(2-3x)^6 + C$
10. 求 $\int e^{2\ln x} dx = ?$
 (A) $e^{\frac{x^3}{3}} + C$ (B) $e^{1+2\ln x} + C$ (C) $\frac{2}{x}e^{2\ln x} + C$ (D) $\frac{x^3}{3} + C$

11. 利用幾何觀念，求 $\int_0^3 \sqrt{9-x^2} dx = ?$
 (A) $\frac{9}{4}\pi$ (B) 3π (C) $\frac{9}{2}\pi$ (D) 9π
12. 方程式 $\ln(1+x) = 1 + \ln(1-x)$ 的解 $x = ?$
 (A) 0 (B) e (C) $\frac{e-1}{e+1}$ (D) $\frac{e+1}{e-1}$
13. 若 $f(x) = e^{-x^2}$ ，則 $f''(0) = ?$
 (A) -2 (B) $-\frac{2}{e}$ (C) 0 (D) $\frac{1}{e^2}$
14. 若 $f(x) = \sin x$ ，則 $f(x)$ 的第 2003 階導函數 $f^{(2003)}(x) = ?$
 (A) $-\sin x$ (B) $-\cos x$ (C) $\sin x$ (D) $\cos x$
15. 求 $\int \sin^3 x dx = ?$
 (A) $\frac{\sin^4 x}{4} + C$ (B) $\frac{\sin^4 x}{4 \cos x} + C$ (C) $\frac{\cos^3 x}{3} - \cos x + C$ (D) $\frac{\sin^4 x \cdot \cos x}{4} + C$
16. 求 $\int_0^3 |x-2| dx = ?$
 (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{3}{2}$ (C) 2 (D) $\frac{5}{2}$
17. 若使用代換積分法求 $\int_2^5 \frac{\sqrt{x-1}}{x} dx$ ，令 $u = \sqrt{x-1}$ ，則原定積分式可代換為何？
 (A) $\int_1^2 \frac{u}{u^2+1} du$ (B) $\int_1^2 \frac{2u^2}{u^2+1} du$ (C) $\int_2^5 \frac{u}{u^2+1} du$ (D) $\int_2^5 \frac{2u^2}{u^2+1} du$
18. 求 $\int_{-1}^1 x e^{-x} dx = ?$
 (A) $-\frac{2}{e}$ (B) 0 (C) $\frac{1}{e}$ (D) $e + \frac{1}{e}$
19. 下列瑕積分何者為收斂？
 (A) $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt[3]{x}} dx$ (B) $\int_1^\infty \frac{1}{\sqrt{x}} dx$ (C) $\int_0^2 \frac{1}{(x-1)^2} dx$ (D) $\int_1^3 \frac{1}{2-x} dx$
20. 下列各式何者正確？
 (A) $\frac{d}{dx} 2^x = x \cdot 2^{x-1}$ (B) $\frac{d}{dx} \ln 2 = \frac{1}{2}$ (C) $\int_{-1}^2 \frac{1}{x} dx = \ln 2$ (D) $\int_0^1 2^x dx = \frac{1}{\ln 2}$

【背面尚有試題】

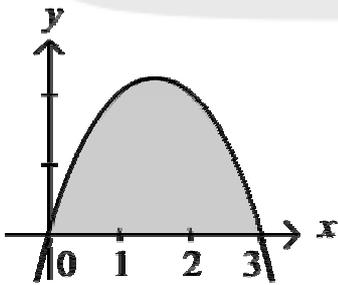
21. 已知 $\ln(1-x) = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$, $-1 \leq x < 1$, 設 $\ln(1+x^2) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$, $-1 \leq x \leq 1$, 則 $a_6 = ?$
- (A) $-\frac{1}{3}$ (B) $-\frac{1}{6}$ (C) $\frac{1}{6}$ (D) $\frac{1}{3}$

22. 已知連續函數 $f(x)$ 的圖形通過 $A(0, \frac{1}{5})$, $B(\frac{1}{3}, \frac{4}{5})$, $C(\frac{2}{3}, \frac{2}{5})$, $D(1, \frac{3}{5})$ 四點 (如圖一)。
以梯形法 $n=3$ (3 等分) 求定積分, 則 $\int_0^1 f(x) dx$ 的近似值為何?
- (A) $\frac{2}{5}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{8}{15}$ (D) $\frac{11}{15}$

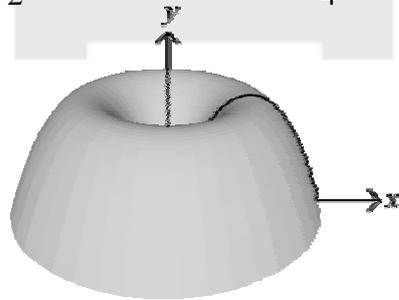


圖一

23. 拋物線 $y = 3x - x^2$ 及直線 $y = 0$ 所圍區域 (如圖二), 繞 y 軸旋轉一圈所形成旋轉體 (如圖三) 的體積為何?
- (A) $\frac{9}{2}\pi$ (B) $\frac{81}{10}\pi$ (C) $\frac{27}{2}\pi$ (D) $\frac{81}{4}\pi$



圖二



圖三

24. 拋物線 $y^2 = 2x$ 與直線 $x - y = 4$ 所圍成區域的面積為何?
- (A) 9 (B) 18 (C) $\frac{62}{3}$ (D) $\frac{100}{3}$
25. 下列無窮級數何者為收斂?
- (A) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$ (B) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n}}$ (C) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-1}{2n+1}$ (D) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2-1}}$

【以下空白】